$\Rightarrow$ La fonction $f_0 : x \mapsto \sqrt{x(2-x)}$ est dérivable sur $]0,2[$.

Aussi $f_n : x \mapsto x^n\sqrt{x(2-x)}$ est dérivable sur $]0,2[$..

$\cdot \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f_0(x)-f_0(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x(2-x)}}{x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\not{x}(2-x)}{\not{x}\sqrt{x(2-x)}} = +\infty.$

$\Rightarrow f_0$ n'est pas dérivable à droite en 0.

$\cdot \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{f_0(x)-f_0(2)}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x(2-x)}{(x-2)\sqrt{x(2-x)}} = -\infty$

$\Rightarrow f_0$ n'est pas dérivable à gauche en 2.

D'où f_0 est uniquement dérivable sur $]0,2[$.

$\cdot \forall n \geq 1;\ \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f_n(x)-f_0(0)}{x-0} = \lim\limits_{x\to 0^+} \left(x^{n-1}\sqrt{x(2-x)}\right) = 0.$

$\Rightarrow f_n$ est dérivable à droite en 0.

$\cdot \lim\limits_{x\to 2^-} \left[\dfrac{f_n(x)-f_n(2)}{x-2}\right] = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^{n+1}(2-x)}{(x-2)\sqrt{x(2-x)}} = \dfrac{-2^{n+1}}{0^+} = -\infty.$

$\Rightarrow f_n$ n'est pas dérivable à gauche en 2.

Bilan : le domaine de dérivabilité de f_n est $[0;2[$.

2/ $\cdot M(x,y) \in C_1 \cap C_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0;2] \\ y = f_1(x) \\ y = f_2(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0;2] \\ y = x\sqrt{x(2-x)} \\ y = x^2\sqrt{x(2-x)} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0;2] \\ y = x\sqrt{x(2-x)} \\ x^2\sqrt{x(2-x)} = x\sqrt{x(2-x)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [0;2] \\ y = x\sqrt{x(2-x)} \\ x(x-1)\sqrt{x(2-x)} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

Conclusion: C_1 et C_2 ont trois points d'intersections qui sont $O(0;0)$ $A(1,1)$ et $B(2,0)$.

$* f_0(0) = 0 \Rightarrow O(0;0) \in C_0$.

$* \forall n \geq 1;\ f_n(0) = 0 \Rightarrow O(0;0) \in C_n$.

$* f_0(1) = 1 \Rightarrow A(1,1) \in C_0$.

$* \forall n \geq 1;\ f_n(1) = 1 \Rightarrow A(1,1) \in C_n$.

$* f_0(2) = 0 \Rightarrow B(2,0) \in C_0$.

$* \forall n \geq 1;\ f_n(2) = 0 \Rightarrow B(2,0) \in C_n$.

Conclusion : O,A et B sont dans toutes les courbes $C_n; \forall n \in IN$